DEPARTAMEMTO DE MATEMÁTICAS

MATEMÁTICAS 4ºESO **11 de Junio de 2010**

Nombre:……………………………………………………………………………………

1.

Para que no se corten deben ser paralelas, es decir, tener la misma pendiente.
Vector director de la recta "r": $\vec{u} = (-1,-1)$
Pendiente de la recta "r":

$$m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{-1}{-1} = 1$$

Vector director de la recta "s": $\vec{v} = (-3, m)$
Pendiente de la recta "s":

$$m = \frac{m}{-3}$$

Para que no se corten

$$\frac{m}{-3} = 1 \Rightarrow m = -3$$

2.

Para que la recta "r" pase por el punto P(1,2):

$ax - 3y + 2 = 0 \Rightarrow a \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 2 = 0 \Rightarrow a = 4$

Para que sean paralelas se debe cumplir:

$$\frac{a}{b} = \frac{-3}{9} \neq \frac{2}{-5} \Rightarrow 9a = -3b \Rightarrow 9 \cdot 4 = -3b \Rightarrow b = -12$$

También se podía haber hecho con las pendientes, como en el ejercicio anterior

3.

Para que sean linealmente dependientes se tiene que verificar que:

$\vec{w} = \propto \vec{u} + \beta\vec{v}$

$(3,4) = \propto (1,2) + \beta(2,3)$

$3 = \propto + 2\beta \Rightarrow \propto = 3 - 2\beta$
$4 = 2 \propto + 3\beta \Rightarrow 4 = 2(3 - 2\beta) + 3\beta \Rightarrow 4 = 6 - 4\beta + 3\beta \Rightarrow -2 = -\beta \Rightarrow \beta = 2$
$\propto = 3 - 2\beta = 3 - 2(2) = -1$

Por lo tanto son linealmente dependientes

4.

a)
Un punto pertenece a la recta si cumple las ecuaciones de la recta.

$$7x - 14y + 3 = 0 \Rightarrow 7 \cdot 0 - 14 \cdot \frac{3}{14} + 3 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow Pertenece\ a\ la\ recta$$
$$7x - 14y + 3 = 0 \Rightarrow 7 \cdot 0 - 14 \cdot 1 + 3 = 0 \Rightarrow -11 \neq 0 \Rightarrow No\ pertenece\ a\ la\ recta$$

b)
La distancia entre dos puntos es igual al módulo del vector que los une:

$$\vec{u} = \left(0 - 0, \frac{3}{14} - 0\right) = \left(0, \frac{3}{14}\right)$$
$$|\vec{u}| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{3}{14}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{14}\right)^2} = \frac{3}{14}$$

Y si te sabes la fórmula de memoria

$$d(P, O) = \sqrt{(0-0)^2 + (\frac{3}{14} - 0)^2} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{3}{14}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{14}\right)^2} = \frac{3}{14}$$

c)
Vector director de la recta original: $\vec{v} = (14,7)$.

Vector perpendicular a la recta original: $\vec{u} = (-7,14)$. También valdría $\vec{u} = (7, -14)$

Vamos a trabajar con $\vec{u} = (-7,14) = (-1,2)$

Por lo tanto estamos buscamos una recta con vector director $\vec{u} = (-1,2)$ y que pase por el punto (-2,4)

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} \Rightarrow 2x + 4 = -y + 4 \Rightarrow 2x + y = 0$$

$$y = -2x$$

d)
$$m = \tan \propto = -2 \Rightarrow \propto = \tan^{-1}(-2) = -63{,}43^0$$

Con el eje de ordenadas formará un ángulo de: $90^0 - 63{,}43^0 = 26{,}57^0$

e)
Vector director la nueva recta $x + y + 1 = 0 \Rightarrow \vec{w} = (-1,1)$

$$\cos\propto = \frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{|\vec{u}||\vec{w}|} = \frac{(-1,2)\cdot(-1,1)}{\sqrt{(-1)^2+(2)^2}\sqrt{(-1)^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\propto = \cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{10}}{10}\right) = 18{,}43^{o}$$

5.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n^2+2} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n^2+2} = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n^2}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2}+\frac{2}{n^2}} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{2}{n^2}} = \frac{1}{1+0} = 1$$

$$\left|\frac{n^2}{n^2+2}-1\right| < \frac{1}{1000} \Rightarrow \left|\frac{n^2-n^2-2}{n^2+2}\right| < \frac{1}{1000} \Rightarrow \left|\frac{-2}{n^2+2}\right| < \frac{1}{1000} \Rightarrow$$

$$\frac{2}{n^2+2} < \frac{1}{1000} \Rightarrow n^2+2 > 2000 \Rightarrow n^2 > 1998 \Rightarrow n > 45$$

6.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(2+\frac{1}{3n}\right)}{\left(1-\frac{8}{n}\right)} = \frac{\lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{3n}\right)}{\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{8}{n}\right)} = \frac{(2+0)}{(1-0)} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2}\right)^{\frac{-3n^2+2}{5n-3}} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2}\right)^{\lim_{n\to\infty}\frac{-3n^2+2}{5n-3}} = 2^{-\infty} = \frac{1}{2^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\mathrm{n}+4}{\mathrm{n}+5}\right)^{\mathrm{n}+1} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{\mathrm{n}+5-1}{\mathrm{n}+5}\right)^{\mathrm{n}+1} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{-1}{\mathrm{n}+5}\right)^{\mathrm{n}+1} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{-(\mathrm{n}+5)}\right)^{\mathrm{n}+1} = \lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{-(\mathrm{n}+5)}\right)^{-(\mathrm{n}+5)}\right]^{\frac{\mathrm{n}+1}{-(\mathrm{n}+5)}} = e^{-1}$$

7.

$$f(x)=\frac{2(x-7)}{x^3+x^2-12x}$$

Habrá que eliminar del dominio los puntos que hagan cero el denominador

$$x^3+x^2-12x=x(x+4)(x-3)$$

Entonces $D(f)=R-\{-4,0,3\}$

$$f(x)=\frac{2}{\sqrt{x^2-5x-14}}$$

Habrá que eliminar del dominio los puntos que hagan cero el denominador, y todos los puntos que hacen que la raíz sea negativa. Por lo tanto sólo nos valen los puntos que hacen que la raíz sea positiva

$$x^2-5x-14>0\Rightarrow(x+2)(x-7)>0$$

-2 7

$(x+2)$	-	+	+
$(x-7)$	-	-	+
$(x+2)(x-7)$	+	-	+

Entonces $D(f)=(-\infty,-2)U(7,\infty)$

*SIN INCLUIR los puntos -2 y 7

8. Calcula los límites de las siguientes funciones: (0,75 puntos)

$$\lim_{x\to 5}\frac{2x^2+1}{x-5}=\frac{51}{0}\Rightarrow Indeterminación$$

Damos valores muy próximos a 5 por la izquierda y por la derecha

$$\lim_{x\to 5^-}\frac{2x^2+1}{x-5}=-\infty$$
$$\lim_{x\to 5^+}\frac{2x^2+1}{x-5}=\infty$$

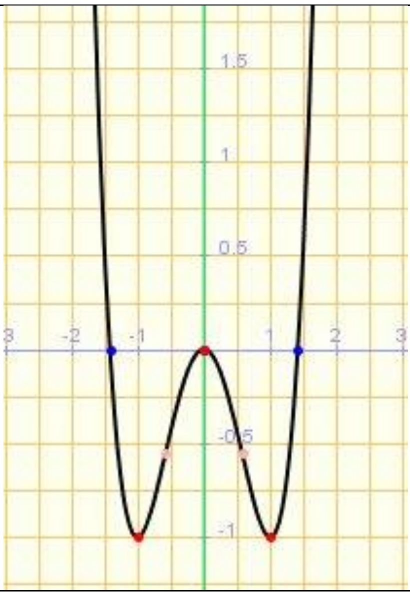
$$\lim_{x\to 0}\frac{2x^2-x}{x^3+4x}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indeterminación$$

Factorizamos numerador y denominador

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x^2-x}{x^3+4x}=\lim_{x\to 0}\frac{x(2x-1)}{x(x^2+4)}=\lim_{x\to 0}\frac{2x-1}{x^2+4}=\frac{-1}{4}$$

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{4x^3-x^2}{2x^3+3x}=\lim_{x\to \infty}\frac{4(-x)^3-(-x)^2}{2(-x)^3+3(-x)}=\lim_{x\to \infty}\frac{-4x^3-x^2}{-2x^3-3x}=\frac{-4}{-2}=2$$

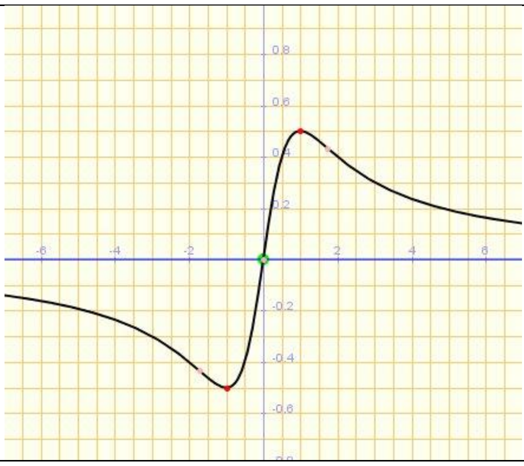
9.



Crecimiento: $(-1,0)U(1,\infty)$
Decrecimiento: $(-\infty,-1)U(0,1)$
Máximo relativo: (0,0)
Mínimos absolutos: (-1,-1) y (1,-1)
Acotada inferiormente

$$f(-x)=(-x)^4-2(-x)^2=x^4-2x^2$$

$f(-x)=f(x)\Rightarrow$ Simetría par



Crecimiento: $(-1,1)$
Decrecimiento: $(-\infty,-1)U(1,\infty)$
Máximo absoluto: (1,1/2)
Mínimo absoluto: (-1,-1/2)
Acotada

$$f(-x)=\frac{-x}{1+(-x)^2}=\frac{-x}{1+x^2}$$

$f(-x)=f(x)\Rightarrow$ Simetría impar