

MATEMÁTICAS 4ºESO

1. Efectúa las siguientes operaciones, simplificando el resultado lo máximo posible:

a. $\sqrt{18} + \sqrt{50} + \sqrt{2} - \sqrt{8}$

b. $\sqrt{27} - 2\sqrt{32} + \sqrt{180}$

c. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{64}}}$

d. $\sqrt[3]{225} - \sqrt[3]{288} : \sqrt[3]{12}$

e. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^7 \cdot x^5}}$

2. Racionaliza las siguientes expresiones, simplificando el resultado lo máximo posible:

a. $\frac{\sqrt{2} - 3}{\sqrt{2} + 3}$

b. $\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt[4]{8}}$

3. Especifica cuál será el grado del polinomio resultante de las siguiente operaciones

a. $(x^{10} + 2x + 1)^3$

b. $(x^{107} + 2x + 1) - (x^{106} + x^3 + 4)$

c. $(x^{18} + x^{13} + x^7 + 1) : (x^{10} + x^3 + x^1 + 4)$

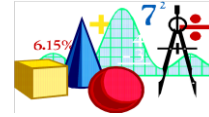
d. $(x^{25} + x^{15} + x^5 + 1)(x + x^3 + 4)$

4. Dado el siguiente polinomio, $P(x) = x^5 - kx^2 - 3$, halla el valor de “k” para que (x+1) sea un factor de ese polinomio

5. Halla el valor de “x” para las siguientes ecuaciones:

a. $\frac{2}{x+1} + \frac{3x-3}{x^2-1} = \frac{2}{x-1} + \frac{7}{x+1}$

b. $\frac{5}{x} - \frac{3x-1}{x+1} = 5$



- c. $\sqrt{4x^2 - 15} - 2x = -1$
d. $x^4 + x^2 = 0$
e. $2x(\sqrt{x} - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$

6. Pon las expresiones como potencia de "x" y simplifica. Da el resultado en forma de raíz

a. $\frac{x \sqrt[3]{2}}{\sqrt{x}}$

b. $x^2 \sqrt{\frac{1}{x^3}}$

c. $\sqrt[4]{(x^2)^3}$

7. Los lados de un triángulo miden 18cm., 16 cm. y 9cm. Si restamos una misma cantidad de los tres lados obtenemos un triángulo rectángulo. ¿Qué cantidad es esa?

8. La suma de las 2 cifras de un número es 8. Si al número se le añade 18, el número resultante está formado por las mismas cifras en orden inverso. Hallar el número.

9. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

• $\begin{cases} \log(x + y) + \log(x - y) = \log 21 \\ a^x = \frac{a^7}{a^y} \end{cases}$

• $\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = -1 \Rightarrow 2 \cdot 2^x - 3 \cdot 3^y = -1 \end{cases}$

10. Halla las raíces del siguiente polinomio y exprésalo como producto de sus factores:

$$x^5 - 4x^4 - x^3 + 16x^2 - 12x$$

11. Resuelve las siguientes inecuaciones:

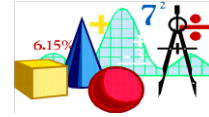
a) $x^2 - 5x + 6 < 0$

b) $x^2 + 7x < 0$

c)

$$\frac{x(x + 2)(x - 3)}{(1 + x)} > 0$$

d)



$$\frac{-2x^3 + x^2 + x}{(x-1)} \leq 0$$

e)

$$\frac{x+3}{x^2} < 0$$

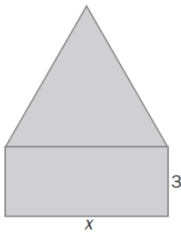
12. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de inecuaciones. También expresa la solución en forma de intervalos

$$\text{a) } \begin{cases} x + y \leq 2 \\ 2x - 3y > 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ -2x + 3 \geq 7 \end{cases}$$

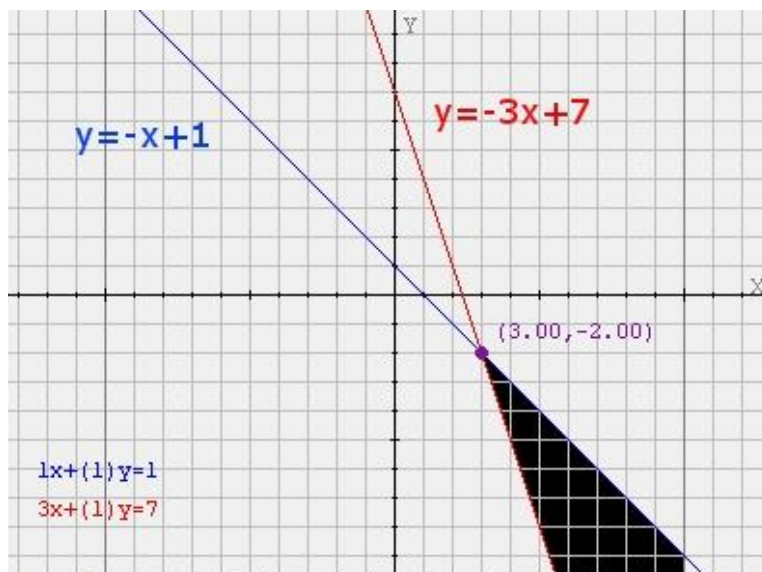
$$\text{c) } \begin{cases} x \geq -2 \\ y < 1 \end{cases}$$

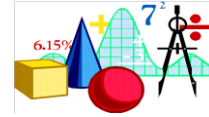
13. Indica para que valores de x el área del triángulo equilátero de la figura es mayor que la del rectángulo



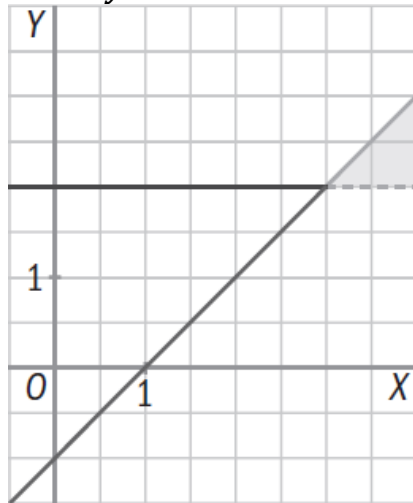
14. Investiga que sistemas de inecuaciones tienen como solución las siguientes regiones del plano

a)



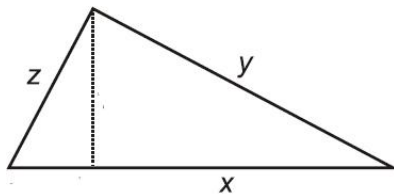


b) Recta : $y = x - 1$

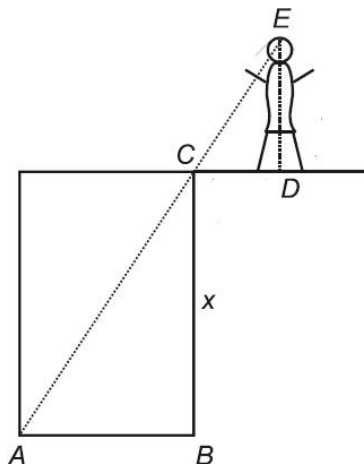
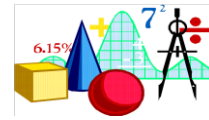


15. Se quiere construir un parterre con forma de triángulo rectángulo. Se sabe que la altura y la proyección de un lado sobre el lado mayor (hipotenusa) miden 15,3 m y 8,1 m, respectivamente. Calcula el perímetro y área del parterre

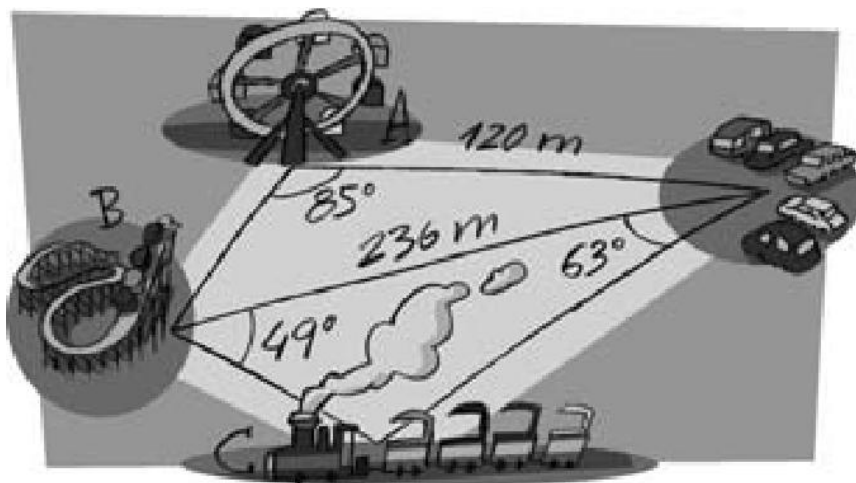
Parterre:



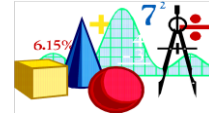
16. Dos centímetros de un mapa equivalen a medio kilómetro sobre el terreno
- ¿Cuál es la escala del mapa?
 - Dos puntos del mapa distan en la realidad 35 Km. ¿Qué distancia los separará en el mapa?
17. Los servicios de protección contra incendios de una comarca española emiten un informe sobre el número de hectáreas quemadas en el último incendio. En su mapa de escala 1:60000, la zona afectada tiene una superficie de 8 decímetros cuadrados. ¿Cuál es el resultado del informe? (Da el resultado en Km^2)
18. Una piscina tiene 2,3 m de ancho; situándonos a 116 cm del borde, desde una altura de 1,74 m, observamos que la visual une el borde de la piscina con la línea del fondo. ¿Qué profundidad tiene la piscina?
El siguiente dibujo representa la situación:



19. Un barco se halla entre dos muelles separados (en línea recta) 6,1 km. Entre ambos se encuentra una playa situada a 3,6 km de uno de los muelles. Calcula la distancia entre el barco y los muelles sabiendo que si el barco se dirigiera hacia la playa, lo haría perpendicularmente a ella. ¿Qué distancia hay entre el barco y la playa? (NOTA: El ángulo que forma el barco con los dos muelles es de 90°).
20. Sabiendo que $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ y que $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, calcula las demás razones trigonométricas del ángulo α .
21. La distancia entre dos edificios es de 60 m. Desde la azotea del más bajo, de 40 m de altura, se observa la azotea del otro con un ángulo de 30° . Calcula la altura del edificio más alto.
22. Dos amigos observan un globo aerostático desde dos puntos A y B, separados 80 m uno de otro. Ven al globo con ángulos de 35° y 65° respectivamente. ¿A qué altura está el globo?
23. Para conocer la distancia entre varios puntos se realiza una triangulación, esto es, se unen los puntos de modo que formen triángulos no solapados.



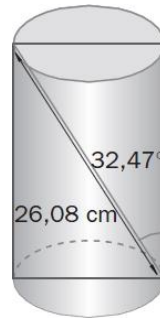
Calcula las distancias que faltan en el dibujo.



24. Calcula el área total y volumen del cilindro:

$$V_{cilindro} = \pi r^2 h$$

$$A_{lateral} = 2\pi r h$$



25. Dada la recta de ecuación $y = 3x + 8$, se pide:

- Ecuación de la recta paralela a la dada que pasa por el punto $(-21, 27)$.
- Ecuación de la recta que pasa por el punto $(-3, -13)$ y es perpendicular a la dada.

26. Calcula el valor de “a” y “b” para que las rectas

$$r: ax - 3y + 2 = 0$$

$$s: bx + 9y - 5 = 0$$

sean paralelas y, además, “r” pase por el punto $P(1,2)$.

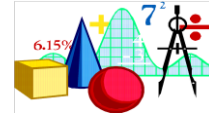
27. Dada la recta que tiene por ecuación $7x - 14y + 3 = 0$

- El punto $P\left(0, \frac{3}{14}\right)$ pertenece a la recta? Y el punto $P(0, 1)$?
- Si alguno de los puntos anteriores pertenece a la recta, calcula su distancia al origen de coordenadas.
- Hallas las ecuaciones de la recta perpendicular a la recta dada y que pasa por el punto $A(-2,4)$
- Que ángulo forma las recta resultante con el eje de abcisas? ¿Y con el eje de ordenadas?
- Que ángulo forma las recta resultante con la recta que tiene por ecuación $x + y + 1 = 0$?

28. Calcula el límite de la siguiente sucesión (realiza todos los pasos):

$$a_n = \frac{n^2}{n+2}$$

Calcula a partir de qué valor del índice, los términos son mayores que 100. (1 punto)



29. Calcula los siguientes límites: (0,75 puntos)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(2 + \frac{1}{3n}\right)}{\left(1 - \frac{8}{n}\right)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2}\right)^{\frac{-3n^2 + 2}{5n - 3}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 4}{n + 5}\right)^{n+1}$$

30. Halla el dominio de las siguientes funciones: (1 punto)

$$f(x) = \frac{2(x - 7)}{x^3 + x^2 - 12x}$$

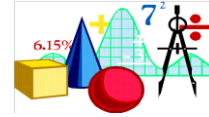
$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 5x - 14}}$$

31. Calcula los límites de las siguientes funciones: (0,75 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 + 1}{x - 5}$$

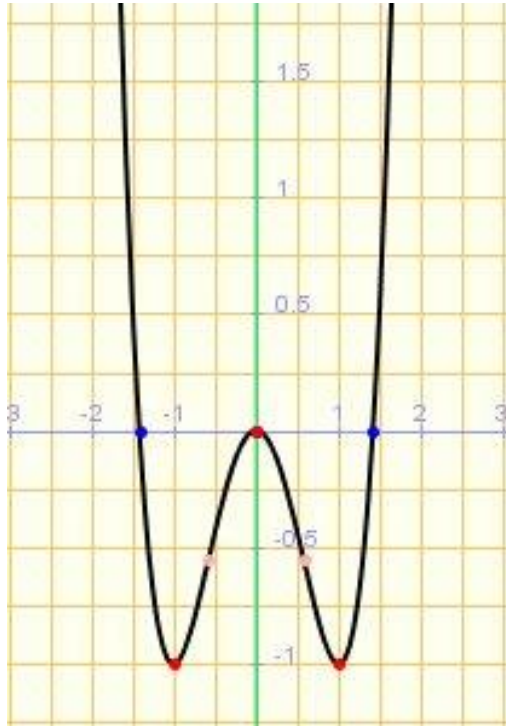
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - x}{x^3 + 4x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - x^2}{2x^3 + 3x}$$



32. Para cada una de las funciones representadas a continuación, estudia: (1,5 puntos)

- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Los máximos y mínimos relativos y absolutos.
- La simetría (de forma algebraica)
- Si están acotadas y, en su caso, el tipo de acotación que presentan.



$$f(x) = x^4 - 2x$$



$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$$