

Nombre:.....

1. Tenemos un triángulo formado por los vértices $A(0,0)$, $B(1,2)$, $C(1,-2)$. Al aplicarle de forma sucesiva las traslaciones de los vectores guía $\vec{u}(-1,5)$ y $\vec{v} = (3,-2)$ (1 punto)

a) ¿Cuáles serán los vértices del triángulo trasladado?

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = (-1,5) + (3,-2) = (2,3)$$

b) ¿Cuál es el vector guía resultante?

$$\overrightarrow{OA'''} = \overrightarrow{OA} + \vec{w} = (0,0) + (2,3) = (2,3)$$

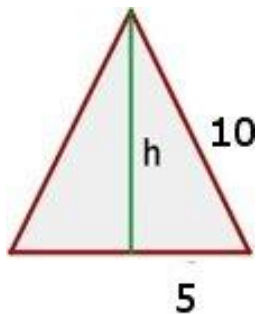
$$\overrightarrow{OB'''} = \overrightarrow{OB} + \vec{w} = (1,2) + (2,3) = (3,5)$$

$$\overrightarrow{OC'''} = \overrightarrow{OC} + \vec{w} = (1,-2) + (2,3) = (3,1)$$

2. Halla el área total de un tetraedro regular cuya arista mide 10 cm (1 punto)

Si te sabes la fórmula $A = a^2\sqrt{3} = 10^2\sqrt{3} = 173,2 \text{ cm}^2$

Si no te la sabes y sabiendo que está formado por 4 triángulos rectángulos, hallamos el área de uno y multiplicamos por 4.

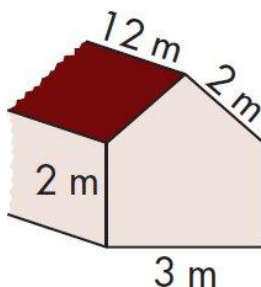


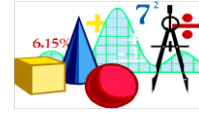
$$h = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,66 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 8,66}{2} = 43,3 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{tetraedro}} = 4 \cdot 43,3 = 173,2 \text{ cm}^2$$

3. Averigua cuánto cuesta la reparación de esta casa sabiendo que hay que: (1 punto)



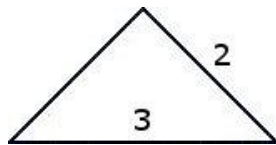


a) Encalar las cuatro paredes, por dentro y por fuera, a 2 €/m²

El área del prisma rectangular formado por las 4 paredes (sin contar el triángulo que hay en el frente y fondo) será:

$$A_{prisma} = p \cdot h = (12 \cdot 2 + 3 \cdot 2) \cdot 2 = 60 \text{ m}^2$$

La altura del triángulo será:



$$h = \sqrt{2^2 - 1,5^2} = 1,32 \text{ m}$$

El área del triángulo será:

$$A_{triángulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 1,32}{2} = 1,98 \text{ m}^2$$

El área total exterior será: $60 + 1,98 \cdot 2 = 63,96 \text{ m}^2$

El precio para encalar por fuera: $63,96 \text{ m}^2 \cdot 2\text{€} / \text{m}^2 = 127,92 \text{ €}$

Como pide precio para encalar por dentro y por fuera, el precio total será

$$127,92 \text{ €} \cdot 2 = 255,84 \text{ €}$$

b) Reparar el tejado, a 4,5 €/m².

El área del rectángulo que forma una de las alas del tejado será:

$$A_{rectángulo} = b \cdot h = 12 \cdot 2 = 24 \text{ m}^2$$

Como tiene dos alas: $A_{tejado} = 24 \cdot 2 = 48 \text{ m}^2$

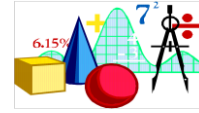
$$A_{tejado} = 24 \cdot 2 = 48 \text{ m}^2$$

El precio para reparar el tejado: $48 \text{ m}^2 \cdot 4,5\text{€} / \text{m}^2 = 216 \text{ €}$

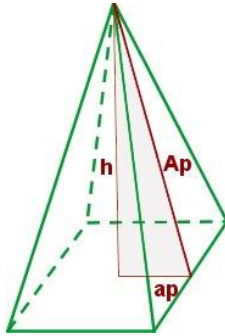
c) Poner el suelo, a 22 €/m²

El área del suelo será: $A_{suelo} = b \cdot h = 12 \cdot 3 = 36 \text{ m}^2$

El precio para poner el suelo: $36 \text{ m}^2 \cdot 22\text{€} / \text{m}^2 = 792 \text{ €}$



4. La Pirámide del Museo del Louvre es una obra situada en el patio del Museo del Louvre, en París, que da acceso al edificio. Esta pirámide está hecha de vidrio. Si tiene una altura de 21,6 m y la longitud del lado de la base es de 35 m. ¿Cuántos paneles de vidrio de $1,5 \text{ m}^2$ se necesitaron para construirla? ¿Si la llenáramos de arena cuantos camiones de 7000 m^3 de capacidad se necesitarían? (1 punto)



En nuestro caso:

$$h = 21,6 \text{ m}$$
$$ap = \frac{35}{2} = 17,5 \text{ m}$$
$$Ap = \sqrt{h^2 + ap^2} = \sqrt{21,6^2 + 17,5^2} = 27,8 \text{ m}$$

$$A_{\text{lateral pirámide}} = \frac{p \cdot Ap}{2} = \frac{35 \cdot 4 \cdot 27,8}{2} = 1946 \text{ m}^2$$

Paneles necesarios:

$$\frac{1946 \text{ m}^2}{1,5 \text{ m}^2} = 1297,33$$

Se necesitarán 1298 paneles

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3} = \frac{35 \cdot 35 \cdot 21,6}{3} = 8820 \text{ m}^3$$

Camiones necesarios:

$$\frac{8820 \text{ m}^3}{7000 \text{ m}^3} = 1,26$$

Se necesitarán 2 camiones

5. Un esquiador comienza la pretemporada de esquí haciendo pesas en un gimnasio durante una hora. Decide incrementar el entrenamiento 10 minutos cada día ¿Cuánto tiempo deberá entrenar al cabo de 15 días? ¿Cuánto tiempo en total habrá dedicado al entrenamiento a lo largo de todo un mes de 30 días? (1 punto)

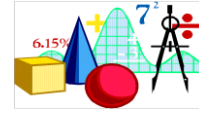
$$a_1 = 60$$

$$d = 10$$

$$a_{15} = 60 + (15 - 1) \cdot 10 = 200$$

Al cabo de 15 días entrenará 200 minutos

Para saber cuánto tiempo habrá dedicado al entrenamiento durante un mes de 30 días, tendré que sumar todo lo que ha entrenado durante esos 30 días.



Es decir la sucesión será: 60, 70, 80, 90,... y tengo que sumar todos los términos hasta 30.

Con la fórmula de la suma de los términos de una progresión aritmética:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

En nuestro caso

$$S_{30} = \frac{a_1 + a_{30}}{2} \cdot 30$$

Primero veo cuánto vale $a_{30} = 60 + (30 - 1) \cdot 10 = 350$

Entonces

$$S_{30} = \frac{60 + 350}{2} \cdot 30 = 6150$$

Al cabo de 30 días habrá entrenado 6150 minutos

6. En una sala de cine, la primera fila de butacas dista de la pantalla 86 dm, y la sexta 134 dm. ¿En qué fila estará una persona si su distancia a la pantalla es de 230 dm? (1 punto)

$$a_1 = 86$$

$$a_6 = 134$$

$$a_6 = a_1 + (6 - 1)d \Rightarrow 134 = 86 + 5d \Rightarrow 48 = 5d \Rightarrow d = 9,6$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow 230 = 86 + (n - 1)9,6 \Rightarrow 230 = 86 + 9,6n - 9,6 \Rightarrow$$

$$153,6 = 9,6n \Rightarrow n = 16$$

Estará en la fila 16

7. Descomponer el número 124 en tres sumandos que formen progresión geométrica, siendo 96 la diferencia entre el mayor y el menor. (1 punto)

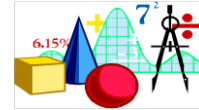
$$124 = a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 = a_1(1 + r + r^2)$$

$$96 = a_3 - a_1 = a_1 \cdot r^2 - a_1 = a_1(r^2 - 1) \Rightarrow a_1 = \frac{96}{(r^2 - 1)}$$

(Esta es la parte difícil, pues se trata de despejar, pero llegando aquí daba 0,75 puntos)

$$124 = \frac{96}{(r^2 - 1)}(1 + r + r^2) \Rightarrow 124(r^2 - 1) = 96(1 + r + r^2) \Rightarrow$$

$$124r^2 - 124 = 96 + 96r + 96r^2 \Rightarrow 28r^2 - 96r - 220 = 0 \Rightarrow$$



$$7r^2 - 24r - 55 = 0 \Rightarrow r = 5$$

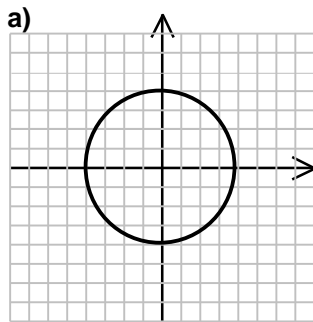
Entonces

$$a_1 = \frac{96}{(25 - 1)} = 4$$

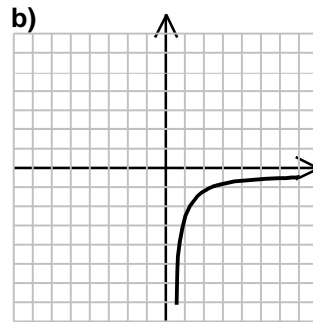
$$a_2 = a_1 \cdot r = 20$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = 100$$

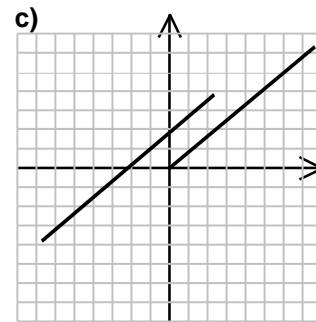
8. De las siguientes funciones decir cuál de ellas son funciones, y en ese caso indica el dominio y el recorrido (1 punto)



No es una función

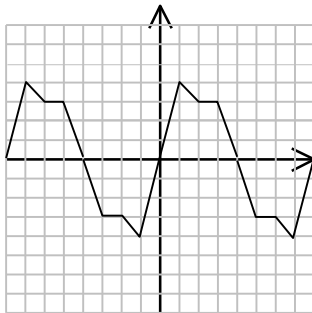


Es una función
 $D(f) = (0, \infty)$
 $R(f) = (-\infty, 0)$



No es una función

9. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, crecimiento, máximos y mínimos (absolutos y relativos), simetría y periodicidad. (2 puntos)



$$D(f) = (-\infty, \infty)$$

$$R(f) = (-4, 4)$$

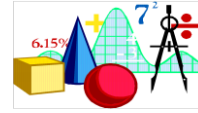
Nos limitamos a lo que se ve en la gráfica:

La función crece en: $(-8, -7) \cup (-1, 1) \cup (7, 8)$

La función decrece en: $(-7, -6) \cup (-5, -3) \cup (-2, -1) \cup (1, 2) \cup (3, 5) \cup (6, 7)$

La función es constante en: $(-6, -5) \cup (-3, -2) \cup (2, 3) \cup (5, 6)$

Máximos absolutos: $(-7, 4), (1, 4)$



Mínimos absolutos: $(-1, -4)$, $(7, -4)$

Es periódica de periodo 8

Es simétrica con respecto al origen de coordenadas. Elegimos un punto cualquiera, por ejemplo 3

$$f(3) = 3$$

$$f(-3) = -3$$

Vemos que la simetría es impar