MATEMÁTICAS 4ºESO **3 de Junio de 2010**

Nombre:……………………………………………………………………………………

1.

Ecuación vectorial: $(x, y) = (-3, -4) + t(3,5)$

Ecuaciones paramétricas:

$$x = -3 + 3t$$
$$y = -4 + 5t$$

a) Para obtener 3 puntos basta con dar 3 valores distintos a t, por ejemplo: 1, 2 y 3 (para t=0 obtenemos el punto proporcionado)

$$P(0,1), Q(3,6), S(6,11)$$

b) Un punto pertenece a la recta si cumple las ecuaciones de la recta. Usamos, por ejemplo, las paramétricas

$27 = -3 + 3t \Rightarrow t = 10$

$36 = -4 + 5t \Rightarrow t = 8$

Obtenemos valores distintos, por lo que el punto no pertenece a la recta

$38 = -3 + 3t \Rightarrow t = \dfrac{41}{3}$

$46 = -4 + 5t \Rightarrow t = 10$

Obtenemos valores distintos, por lo que el punto no pertenece a la recta

c) $18 = -3 + 3t \Rightarrow t = 7$

$h = -4 + 5t \Rightarrow h = -4 + 5 \cdot 7 = 31$

$f = -3 + 3t \Rightarrow f = -3 + 3 \cdot \dfrac{21}{5} = \dfrac{48}{5}$

$17 = -4 + 5t \Rightarrow t = \dfrac{21}{5}$

NOTA: Todos estos apartados se podían haber hecho con cualquier otra ecuación de la recta, por ejemplo, continúa, general, ….

d) $(x, y) = (-3, -4) + t(3,5)$

e) $x = -3 + 3t$
$y = -4 + 5t$

f)

$$\frac{x + 3}{3} = \frac{y + 4}{5}$$

g) $5(x+3)=3(y+4)\Rightarrow 5x-3y+3=0$

h)
$$y=\frac{5x+3}{3}\Rightarrow y=\frac{5}{3}x+1$$

i) La pendiente será
$$m=\frac{5}{3}$$

j)
$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$$

"q" es el punto de corte de la recta con el eje de las "y" (ordenada en el origen), y sabemos por la ecuación explícita que vale 1.
"
"p" es el punto de corte de la recta con el eje de las "x", es decir, lo que vale la "x" cuando y=0

$5x-3y+3=0$, y para $y=0\Rightarrow 5x+3=0\Rightarrow x=\frac{-3}{5}$. Entonces

$$\frac{x}{\frac{-3}{5}}+\frac{y}{1}=1$$

2.

Vector director de la recta original: $\vec{v}=(-1,3)$. Por lo tanto la pendiente será:

$$m=\frac{v_2}{v_1}=\frac{3}{-1}=-3$$

Ecuación de la recta pedida: (pendiente = -3 y pasa por el punto (0,2)

$$y-2=-3(x-0)\Rightarrow y=-3x+2$$

Ecuación de la recta original:

$$-y-2=3(x-1)\Rightarrow y=-3x+1$$

Las dos rectas tienen la misma pendiente y distinta ordena en el origen, por lo tanto son paralelas (no coincidentes)

3.

a) Ecuación general de la recta original: $3x - y + 8 = 0$

$Ax + By + C = 0$
$A = 3 = v_2 \Rightarrow v_2 = 3$
$B = -1 = -v_1 \Rightarrow v_1 = 1$

Vector director de la recta original: $\vec{v} = (1,3)$.

Una recta paralela tendrá el mismo vector. Por lo tanto

$$\frac{x+21}{1} = \frac{y-27}{3}$$

Podría dar otra, pero con esa vale.

b) Vector perpendicular a la recta original: $\vec{u} = (3, -1)$. También valdría $\vec{u} = (-3,1)$

Por lo tanto

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y+13}{-1}$$

Podría dar otra, pero con esa vale.

c) Vector director de la nueva recta, $x + y + 1 = 0$

$Ax + By + C = 0$
$A = 1 = v_2 \Rightarrow v_2 = 1$
$B = 1 = -v_1 \Rightarrow v_1 = -1$
Vector director de la recta original: $\vec{v} = (-1,1)$.

$$\mathbf{cos} \propto = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||v|} = \frac{(3,-1) \cdot (-1,1)}{\sqrt{\mathbf{3^2 + (-1)^2}}\sqrt{\mathbf{(-1)^2 + 1^2}}} = \frac{-4}{\sqrt{\mathbf{10}}\sqrt{\mathbf{2}}} = \frac{-4}{\sqrt{\mathbf{20}}} = \frac{-2\sqrt{\mathbf{5}}}{\mathbf{5}}$$

$$\propto = \mathbf{cos}^{-\mathbf{1}}\left(\frac{-2\sqrt{\mathbf{5}}}{\mathbf{5}}\right) = 153{,}43^{\circ}$$

También valdría como solución (incluso mejor), $180 - 153{,}43^{\circ} = 26{,}57^{\circ}$

4.

Ecuación general de la recta: $2x - 3y + 4 = 0$
$Ax + By + C = 0$
$A = 2 = v_2 \Rightarrow v_2 = 2$
$B = -3 = -v_1 \Rightarrow v_1 = 3$

Vector director de la recta: $\vec{v} = (3,2)$

$$m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \propto = \frac{2}{3} \Rightarrow \propto = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 33{,}69^{\circ}$$

Con el eje de las “x” formará un ángulo de $33{,}69^{\circ}$

Con el eje de las “y” formará un ángulo de $90^{\circ} - 33{,}69^{\circ} = 56{,}31^{\circ}$

5.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^2+3} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^2+3} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n^2}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} + \frac{3}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+\frac{3}{n^2}} = \frac{1}{1+0} = 1$$

$$\left|\frac{n^2}{n^2+3} - 1\right| < \frac{1}{10000} \Rightarrow \left|\frac{n^2 - n^2 - 3}{n^2+3}\right| < \frac{1}{10000} \Rightarrow \left|\frac{-3}{n^2+3}\right| < \frac{1}{10000} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{n^2+3} < \frac{1}{10000} \Rightarrow n^2 + 3 > 30000 \Rightarrow n^2 > 29997 \Rightarrow n > 174$$

6. Calcula “k” para que el resto de la siguiente división sea 3 (0,5 puntos)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 - 3n + 2}{4n^4 - 5} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 - 3n + 2}{4n^4 - 5} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2n^3}{n^3} - \frac{3n}{n^3} + \frac{2}{n^3}}{\frac{4n^4}{n^3} - \frac{5}{n^3}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2 - \frac{3}{n^2} + \frac{2}{n^3}}{4n - \frac{5}{n^3}} = \frac{2-0+0}{\infty - 0} = \frac{2}{\infty} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{8}{n}\right)\left(2 + \frac{1}{3n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{8}{n}\right) \lim_{n\to\infty} \left(2 + \frac{1}{3n}\right) = (1-0)(2+0) = 2$$

$$\lim_{n\to\infty} 4^{\frac{5}{2n}} = \lim_{n\to\infty} 4^{\lim_{n\to\infty} \frac{5}{2n}} = 4^0 = 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+1}{2n+4}\right)^{\frac{n^2}{n+1}} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+4-3}{2n+4}\right)^{\frac{n^2}{n+1}} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{-3}{2n+4}\right)^{\frac{n^2}{n+1}} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2n+4}{-3}}\right)^{\frac{n^2}{n+1}} = \lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{2n+4}{-3}}\right)^{\frac{2n+4}{-3}}\right]^{\frac{n^2}{n+1}\cdot\frac{-3}{2n+4}} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{2n+4}{-3}}\right)^{\frac{2n+4}{-3}}\right]^{\frac{-3n^2}{2n^2+6n+4}} = e^{\frac{-3}{2}}$$

7.

a) Falsa. La sucesión

$$a_n = \frac{-1}{n}$$

tiende a 0 y todos sus términos son negativos.

b) Falsa. Su límite sería el valor de todos los términos de la sucesión.

c) Verdadera. Tienden a $+\infty$

d) Falsa. La sucesión del apartado “a” es un ejemplo de ello